Electromagnetismo e Óptica – EO

Curso LERC

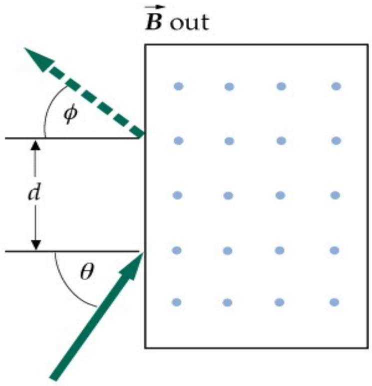
2º TESTE

2012/2013 – 1º Semestre – 11-12-2012 – 15h00m

Duração: 1h30 Resp: Prof. João Carlos Fernandes (Dep. Física)

Nº: ______ Nome: ________________________________

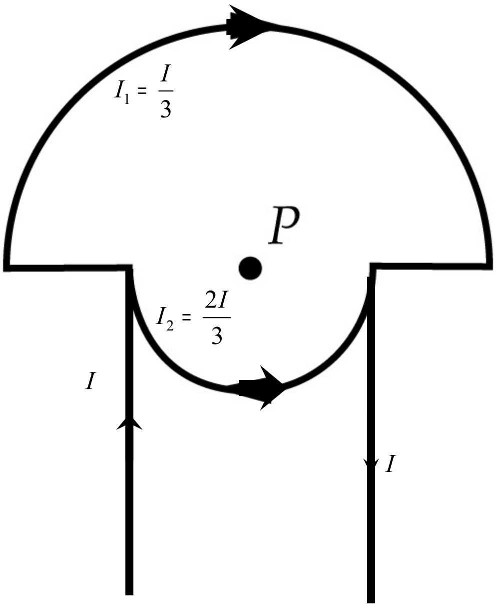
PROBLEMA 1 (3 valores)



Um electrão, de carga **–e** e massa ***m,*** é lançado com velocidade ***V₀*** para uma região onde existe um campo magnético ***B***, segundo um ângulo **θ** com a normal.
Calcular a distância **d** entre o ponto de entrada e o de saída.

$$d = 2R\cos\theta \;\; ; \;\; R = \frac{mV_0}{eB} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{2mV_0}{eB}\cos\theta$$

PROBLEMA 2 (3 valores)



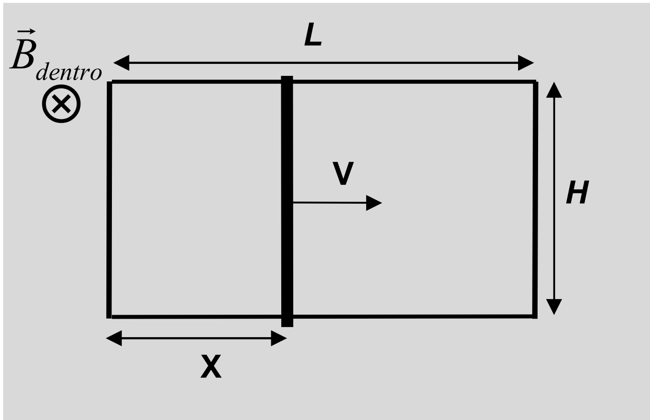
Dois fios semi-infinitos transportam uma corrente **I** até dois arcos de anel de raios diferentes $R_1 = 2R$ e $R_2 = R$, unidos por dois segmentos (ver figura). Os arcos são percorridos por correntes diferentes $I_2 = 2I_1$.
Calcule o campo magnético **B** no ponto P, centro dos 2 arcos . Indique o sentido.

$$B_1 = \frac{\mu_0 I/3}{4R}\frac{\pi}{2\pi} \;\; ; \;\; B_2 = \frac{\mu_0 2I/3}{2R}\frac{\pi}{2\pi}$$

$$B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\frac{0+1}{2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

$$B = B_1 - B_2 + B_3 + B_4 = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}\right)$$

PROBLEMA 3 (5 valores)



Uma espira rectangular tem comprimento **L** e altura **H.** É condutora com uma resistência por unidade de comprimento **R_0** e está imersa numa região de campo magnético **B** uniforme para dentro do papel. Uma haste condutora, sem resistência, desliza sempre em contacto com a espira movendo-se com velocidade horizontal constante **v** (ver figura). Determine:

a) A expressão da força electromotriz induzida na haste. Indique na figura os pólos positivo e negativo.

$$\Phi = B.A = BHx \;\; ; \;\; \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -BHv \qquad \text{Pólo positivo em cima.}$$

b) A expressão da corrente que percorre a vara em função da sua posição **x** ao longo da espira. Indique na figura o seu sentido.

$$R = R_1 // R_2 \quad R_1 = (2x+H)R_0 \quad R_2 = [2(L-x)+H]R_0 \quad R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{(2x+H)(2L+H-2x)}{2(L+H)}R_0$$

$$\Delta V = RI \qquad I = \frac{BHv}{R} = \frac{BHv}{R_0}\frac{2(L+H)}{(2x+H)(2L+H-2x)}$$

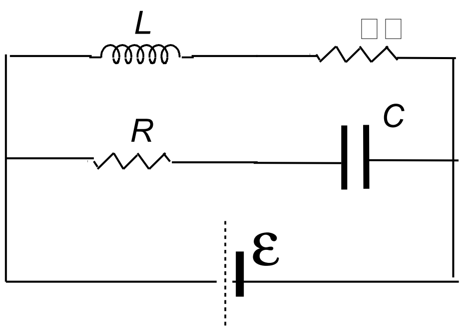
c) Mostre que essa corrente induzida tem um mínimo e calcule-o.

$$\text{mínimo} \Rightarrow \frac{dI}{dx} = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{2}$$

d) A expressão da força magnética que actua sobre a haste. Indique na figura o seu sentido.

$$F_m = IHB \;\; ; \;\; F_m = \frac{B^2H^2v}{R_0}\frac{2(L+H)}{(2x+H)(2L+H-2x)} \qquad \text{Força contrária à velocidade.}$$

PROBLEMA 4 (4 valores)



Considere o circuito da figura, contendo uma bateria de fem constante ε.

a) Calcule a energia magnética armazenada na bobine.

$$\varepsilon = 2RI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2R} \;\; ; \;\; E_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{L\varepsilon^2}{8R^2}$$

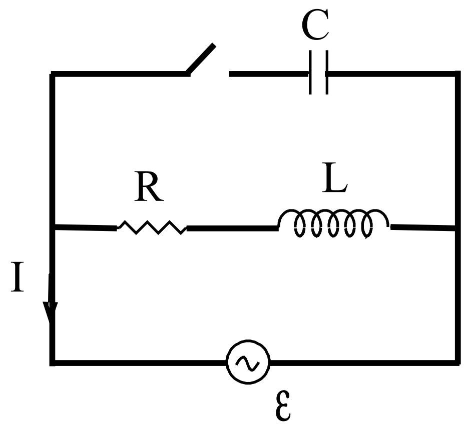
b) Calcule a energia eléctrica armazenada no condensador.

$$V_C = \varepsilon \;\; ; \;\; E_e = \frac{1}{2}CV_C^2 = \frac{1}{2}C\varepsilon^2$$

c) Qual o valor de **R** de modo que as duas energias calculadas anteriormente sejam iguais?

$$E_m = E_e \Rightarrow R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

PROBLEMA 5 (5 valores)



No circuito de corrente alternada da figura sabe-se ***R***, ***L*** e ***C***.

a) Determine qual a frequência **ω** do gerador, de modo que a amplitude da corrente total ***I*** se mantenha a mesma antes e depois de ligar o comutador.

Antes: $I_a = \dfrac{\varepsilon}{R + Z_L} \Rightarrow \left|I_a\right| = \dfrac{\left|\varepsilon\right|}{\left|R + Z_L\right|}$

Depois: $I_d = \dfrac{\varepsilon}{Z_{eq}} = \varepsilon\dfrac{R + Z_L + Z_C}{Z_C\left(R + Z_L\right)} \Rightarrow \left|I_d\right| = \dfrac{\left|\varepsilon\right|}{\left|R + Z_L\right|}\dfrac{\left|R + Z_L + Z_C\right|}{\left|Z_C\right|}$

$\left|I_a\right| = \left|I_d\right| \Rightarrow \left|Z_C\right| = \left|R + Z_L + Z_C\right|$ Resolvendo obtém-se: $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}\left(2 - \dfrac{R^2C}{L}\right)}$

b) Obtenha a expressão da frequência de ressonância?

A ressonância dá-se quando $I_{mag}\left(Z_{eq}\right) = 0$

$$Z_{eq} = \frac{Z_C\left(R + Z_L\right)}{R + Z_L + Z_C} = \frac{R + i\omega L}{1 - \omega^2 LC + i\omega RC} \quad ; \quad I_{mag}\left(Z_{eq}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega RC}{1 - \omega^2 LC}$$

Resolvendo obtém-se: $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{L^2}}$

FINAL do TESTE

FORMULÁRIO

Força: Carga pontual: $\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$ corrente: $d\vec{F}_m = Id\vec{l}\times\vec{B}$

Campo magnético: fio: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\frac{sen\theta_1 + sen\theta_2}{2}$ anel: $\frac{\mu_0 I}{2R}$; $\frac{\mu_0 I}{2R}\frac{\theta}{2\pi}$; $\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$

Indução magnética: fluxo: $\phi = \int \vec{B}.d\vec{S}$; f.e.m. induzida: $\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}$

Circuitos: $\varepsilon = RI$; $C = \frac{Q}{\Delta V}$; $I_C = C\frac{dV_C}{dt}$; $V_L = L\frac{dI_L}{dt}$;

Impedâncias: $Z_R = R$; $Z_L = i\omega L$; $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$; $\varepsilon = ZI$

Divisor corrente: $I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}I$; Divisor tensão: $V_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}V$